การศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และ SIMULINK

A study on particle’s motion in an infinite potential well by using MATLAB computer program and SIMULINK application

ชนนาถ ด้วยคุ้มเกล้า[1*] และประสงค์ เกษราธิคุณ[2]

Chananat Douykhumklaw[1*] and Prasong Kessaratikoon[2]

[1] นิสิตระดับปริญญาตรี, หลักสูตรการศึกษาบัณฑิต, สาขาฟิสิกส์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยทักษิณ, วิทยาเขตสงขลา

[1] Undergraduate Student, Bachelor of Education, Department of Physics, Faculty of Education, Thaksin University, Songkhla Campus.

[2] ผู้ช่วยศาสตราจารย์, ภาควิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์พื้นฐาน, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยทักษิณ, วิทยาเขตสงขลา

[2] Asst. Prof. Dr., Department of Basic Science and Mathematics, Faculty of Science, Thaksin University, Songkhla Campus, Songkhla.

[*]**Corresponding author, E-mail:** tangmochananat@gmail.com

บทคัดย่อ

วิชากลศาสตร์ควอนตัมสำหรับนักศึกษาปริญญาตรี วิชาเอกฟิสิกส์ เป็นหนึ่งในวิชาที่ยากที่จะทำความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาโจทย์ทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้องได้ นักศึกษาปริญญาตรีวิชาเอกฟิสิกส์แทบทุกคนต้องเผชิญกับการใช้เวลาค่อนข้างมากในการเรียนรู้เนื้อหาและต้องทำความเข้าใจถึงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนโดยใช้สมการชเรอดิงเงอร์และคณิตศาสตร์ขั้นสูง เป็นที่ทราบกันดีว่า ปัญหาบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ เป็นโจทย์ปัญหามีชื่อเสียงและเป็นที่รู้จักกันดีในวิชากลศาสตร์ควอนตัมและปัญหาดังกล่าวนี้ไม่ซับซ้อนเกินกว่าที่จะแก้ปัญหาได้ ดังนั้น เพื่อเป็นการช่วยเหลือและจัดทำข้อมูลเอกสารความรู้ทางวิชาการสำหรับผู้สอนและผู้เรียนวิชากลศาสตร์ควอนตัม ทางคณะผู้วิจัยจึงได้นำเอาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และแอปพลิเคชัน SIMULINK มาประยุกต์ใช้ในการสร้างกราฟของการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ และที่สำคัญคือเรื่องการนำมาใช้เขียนกราฟของสมการฟังก์ชันคลื่น (wave function) ที่ระดับพลังงานแตกต่างกัน และยังได้ศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการเขียนกราฟโดยใช้แอปพลิเคชัน SIMULINK กับวิธีการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB โดยตรง พบว่าได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องและเหมือนกันทุกประการ นอกจากนี้ ยังได้นำผลการศึกษาที่ได้ไปจัดทำเป็นเอกสารการเรียนการสอนเรื่อง บ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ สำหรับวิชากลศาสตร์ควอนตัมอีกด้วย

คำสำคัญ: กลศาสตร์ควอนตัม, บ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์, โปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB, SIMULINK Application

Abstract

Quantum Mechanics is one of difficult content for undergraduate students in Physics major to understand and be able to solve some related problems. Many Physics students have a hard time to learn and understand how to solve some complex problems by using Schrödinger Equation and advanced Mathematics. As we know, the infinite potential well is very famous and well-known problem in Quantum Mechanics and not too complicated to solve. Hence, in order to help and provide some more information for Physics teachers and students, the MATLAB computer program and SIMULINK application were employed to study and generate some graphs or plots of particle's motion equations in an infinite potential well. And most importantly, the particular solutions of wave functions in various energy levels were also solved, programmed and plotted through coding of MATLAB computer program and SIMULINK application. Furthermore, all of graphs or plots using SIMULINK application were comparable to the coding of MATLAB computer program and found to be correct and equivalent together in all respects. Moreover, the learning and teaching documents in an infinite potential well of Quantum Mechanics were also studied and presented.

Keywords: Quantum Mechanics, Infinite Potential Well, MATLAB Computer Program, SIMULINK Application

บทนำ

การศึกษาไทยในศตวรรษที่ 21 เป็นการศึกษาที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง (Student-centered Learning) โดยมีการพัฒนาทักษะ การคิด ตั้งคำถาม แก้ปัญหา การหาข้อมูลและวิเคราะห์ข้อค้นพบใหม่ ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และเข้าใจมากยิ่งขึ้น สำหรับวิชาวิทยาศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการเรียนรู้ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันเพราะวิทยาศาสตร์เป็นศาสตร์ที่ศึกษาสิ่งที่อยู่รอบ ๆ ตัวเรา มีการนำความรู้ทางวิทยาศาสตร์มาประยุกต์ใช้ ผสมผสานกับความคิดสร้างสรรค์และศาสตร์อื่น ๆ ร่วมด้วย นั่นเพื่ออำนวยความสะดวกในชีวิตประจำวัน แต่นักวิทยาศาสตร์ก็ยังคงศึกษาวิจัยไปเรื่อย ๆ เพื่อพัฒนาวิทยาศาสตร์ให้ก้าวทันโลก และสิ่งสำคัญที่มีความจำเป็นจะต้องพัฒนาควบคู่ไปด้วยนั่นคือเทคโนโลยี โดยที่เทคโนโลยีเป็นส่วนสำคัญที่ช่วยย่นระยะเวลาในการดำเนินการต่าง ๆ ทำให้เราเข้าใจและมองเห็นภาพวิทยาศาสตร์ได้ง่ายขึ้น ส่งผลให้การวิเคราะห์วิจัยทางด้านวิทยาศาสตร์ของนักวิทยาศาสตร์มีความถูกต้อง แม่นยำ รวดเร็ว และมีโอกาสที่จะประสบความสำเร็จมากขึ้น

ส่วนรายวิชาฟิสิกส์ ก็เป็นวิทยาศาสตร์แขนงหนึ่งที่ศึกษาธรรมชาติของสิ่งไม่มีชีวิต ตามประวัติการพัฒนาทางฟิสิกส์ได้แยกออกเป็น 2 ระยะด้วยกัน ระยะแรกเรียกว่า ยุคของฟิสิกส์แผนเดิม และระยะที่สองเรียกว่า ยุคฟิสิกส์แผนใหม่ ทฤษฎีที่สำคัญในฟิสิกส์แผนเดิมมีอยู่ในกลศาสตร์และแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งสามารถอธิบายปรากฏการณ์ทางธรรมชาติได้ดี ส่วนฟิสิกส์แผนใหม่จะเกี่ยวข้องกับทฤษฎีสัมพันธภาพและกลศาสตร์ควอนตัม ซึ่งอธิบายปรากฏการณ์ที่เกี่ยวกับวัตถุเล็ก ๆ อันได้แก่ โมเลกุล อะตอม และปรากฏการณ์ของนิวเคลียสได้ ทฤษฎีสัมพันธภาพช่วยทำให้เกิดความเข้าใจในแนวคิดของเวลาและปริภูมิ โดยเฉพาะวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วใกล้กับความเร็วแสง ซึ่งกลศาสตร์แผนเดิมอธิบายไม่ได้

จาก เพชรอาภา บุญเสริม (2556) สมการชเรอดิงเงอร์ (Schrodinger’s Equation) เป็นสมการที่ใช้อธิบายพฤติกรรมของอนุภาคระดับจุลภาค ทีปานิส ชาชิโย (2558, หน้า 6-30) กล่าวถึง การเปลี่ยนแปลงของระบบควอนตัมไม่ขึ้นกับเวลา (Time Independent Quantum System) ซึ่งสมการ-ชเรอดิงเงอร์เป็นสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ดังสมการที่ (1)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}+V(x)\psi(x)=E\psi(x) \qquad (1)$$

เมื่อ $\hbar$ คือ ค่าคงที่ หาได้จาก $\hbar=\frac{h}{2\pi}$ ซึ่ง h เป็นค่าคงที่ของพลังก์ (Plank’s Constant) มีค่าเท่ากับ $6.67\times10^{-34}\,J\cdot s$ หรือเท่ากับ $4.14\times10^{-15}\,eV\cdot s$

m คือ มวลของอนุภาค

ψ คือ ฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคในระบบ (Wave Function)

V คือ พลังงานศักย์ในระบบนั้น

E คือ พลังงานอนุภาคในระบบที่สอดคล้องกับฟังก์ชันคลื่นนั้น

x คือ ตำแหน่งของอนุภาค

การหาคำตอบของสมการชเรอดิงเงอร์นี้ค่อนข้างยุ่งยากและซับซ้อน และขึ้นอยู่กับรูปแบบของพลังงานศักย์ตรงบริเวณที่อนุภาคนั้นอยู่ ถ้าอนุภาคถูกจำกัดให้เคลื่อนที่ในบริเวณที่มีพลังงานศักย์ที่มีค่าไม่เป็นศูนย์ ในเบื้องต้นต้องหาฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคเพื่อที่จะอธิบายพฤติกรรมของมัน ถึงแม้จะจำกัดมิติการเคลื่อนที่ของอนุภาคให้เป็นแบบ 1 มิติ นักศึกษาก็ยังมองภาพการหาฟังก์ชันคลื่น และพลังงานซึ่งเป็นค่าเจาะจงที่สอดคล้องกับฟังก์ชันคลื่นไม่ชัดเจน ทำให้การเรียนรู้วิธีการหาคำตอบของสมการชเรอดิงเงอร์เป็นเรื่องที่เป็นนามธรรม เข้าใจยากและน่าเบื่อ อาจจะทำให้ผู้เรียนเข้าใจในเบื้องต้น แต่อาจจะไม่เข้าใจอย่างละเอียดและไม่สามารถที่จะอธิบายถึงเหตุและผลของคำตอบนั้นได้อย่างชัดเจน หากเรานำคำตอบหรือข้อมูลที่ได้มาเหล่านั้นมาทำให้อยู่ในรูปของรูปธรรม เช่น กราฟ หรือแผนภูมิ เป็นต้น อาจทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น ดังนั้น ผู้วิจัยจึงได้คิดที่จะนำเทคโนโลยีมามีส่วนช่วยในการเรียนการสอน เพื่อที่จะ

ช่วยให้ผู้เรียนสามารถที่จะมองเห็นข้อมูลจากนามธรรมเป็นรูปธรรมมากขึ้น จึงได้นำเอาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB (Matrix Laboratory) เข้ามามีส่วนช่วยในการทำสื่อการเรียนการสอนซึ่งโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เริ่มพัฒนาครั้งแรกโดย Dr. Cleve Molor ผลิตโดยบริษัท แมตเวิร์ก โดยที่ MATLAB เป็นภาษาคอมพิวเตอร์ระดับสูงที่ใช้สำหรับคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical Computing) ซึ่งภายในตัว MATLAB ประกอบด้วยภาษาคอมพิวเตอร์ (Toolbox) กลุ่มฟังก์ชันสำเร็จรูปในแต่ละสาขาวิชาและฟังก์ชันพื้นฐานจำนวนมาก ทำให้การวิเคราะห์ทำได้หลากหลายวิธีพร้อมกับแสดงคำตอบได้อย่างรวดเร็ว (ปริญญา สงวนสัตย์, 2556)

ด้วยเหตุนี้ทำให้ผู้วิจัย จึงได้นำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และแอปพลิเคชัน SIMULINK มาเป็นตัวช่วยในการประกอบการศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์และศึกษาสมการชเรอดิงเงอร์ กรณีการเปลี่ยนแปลงของระบบควอนตัมไม่ขึ้นกับเวลา โดยเน้นการแสดงผลในรูป 2 มิติ เพื่อที่จะเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนการสอนในวิชากลศาสตร์ควอนตัมเบื้องต้น ตลอดจนเป็นการพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนให้แสดงออกมาอย่างเต็มที่

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาวิธีการและเทคนิคการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และแอปพลิเคชัน SIMULINK แสดงฟังก์ชันคลื่นและความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์
2. เพื่อศึกษาวิธีการและเทคนิคการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และแอปพลิเคชัน SIMULINK สำหรับอธิบายการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์และแสดงผลในรูป 2 มิติ
3. เพื่อเป็นแนวทางศึกษากลศาสตร์ควอนตัมในลักษณะอื่นๆต่อไป

แนวคิด ทฤษฎี กรอบแนวคิด

ปัญหาการเรียนวิชากลศาสตร์ควอนตัม สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี วิชาเอกฟิสิกส์ นั่นคือส่วนใหญ่เราจะเรียนด้วยการคำนวณ แต่เราพบว่าไม่สามารถมองเห็นภาพและเข้าใจได้อย่างชัดเจน ผู้จัดทำเห็นว่าหากนำเทคโนโลยีมาใช้ร่วมกับการเรียนจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาและมองเห็นภาพเป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น ทั้งยังย่นระยะเวลาในการคำนวณด้วยมือ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณแทน ซึ่งจะช่วยให้ข้อมูลที่ได้นั้นมีความถูกต้องและแม่นยำ ดังที่ ชนแดน ด้วยคุ้มเกล้า (2559) ได้ทำการหาผลเฉลยของ Numerov ในปรากฏการณ์ลอดอุโมงค์เชิงควอนตัมในการจำลองปฏิกิริยานิวเคลียร์ฟิวชันสำหรับเตาปฏิกรณ์บนโลก โดยใช้โปรแกรมภาษาซี (CLanguage Programming) ได้ทำการแก้สมการชเรอดิงเงอร์ด้วยวิธีการ Numerov ของบ่อศักย์อย่างง่าย เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของการคำนวณ เมื่อผลการทดลองพบความคลาดเคลื่อนน้อย จึงนำวิธีการนี้ไปใช้ในส่วนที่สองนั่นคือ การนำวิธี Numerov ไปใช้เพื่ออธิบายการลอดผ่านเชิงควอนตัมในปฏิกิริยานิวเคลียร์ฟิวชัน ผลการทดลองพบว่าโอกาสของอนุภาคที่อยู่ในบ่อศักย์ของแรงนิวเคลียร์แบบเข้มมีค่าน้อยกว่าบริเวณอื่น ๆ

และยังมีผลการศึกษาของ อัญชัน หมวกงาม และ เดี่ยว อภัยราช (2553) ได้ศึกษาการสร้างแบบจำลองอนุภาคในบ่อศักย์แบบต่าง ๆ ในกลศาสตร์ควอนตัม โดยการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (ใช้ซอฟต์แวร์ Java SDK 6) เพื่อใช้จำลองสถานการณ์กรณีที่อนุภาคอยู่ภายในบ่อศักย์ ศึกษาพลังงานของอนุภาค ซึ่งพบว่ามีค่าไม่ต่อเนื่อง ขนาดของพลังงานขึ้นอยู่กับเลขควอนตัมของระบบ แสดงฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคที่อยู่ในบ่อศักย์นั้นที่เลขควอนตัมต่าง ๆ ฟังก์ชันคลื่นที่ได้จะนำไปสู่ความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคภายในบ่อศักย์นั้น แต่เนื่องจากผู้วิจัยกำลังศึกษาอยู่ในคณะศึกษาศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวข้องทางด้านการสอน การใช้โปรแกรมเฉพาะทาง อย่างเช่น โปรแกรมภาษาซี หรือโปรแกรม Java นั้นเป็นเรื่องที่เข้าใจได้ยาก ประกอบกับในปัจจุบันนี้มีการพัฒนาโปรแกรมให้ง่ายต่อการใช้งานมากขึ้น และจากการศึกษาผลการศึกษาของ ถนัดกิจ ธารารักษ์ (2561) นิสิตสาขาวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์พื้นฐาน มหาวิทยาลัยทักษิณ วิทยาเขตสงขลา ซึ่งได้ศึกษาเรื่อง การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกโดยใช้ SIMULINK ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และ เยาวลักษณ์ วาหะรักษ์ (2550) นิสิตสาขาวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์พื้นฐาน มหาวิทยาลัยทักษิณ วิทยาเขตสงขลาได้ศึกษาเรื่อง การศึกษาปัญหาทางกลศาสตร์โดยใช้โปรแกรมการคำนวณทางคอมพิวเตอร์ MATLAB โดยการนำเอาสมการทางคณิตศาสตร์ของการแกว่งแบบเชิงเส้นในหนึ่งมิติและสองมิติ มาคำนวณทางคอมพิวเตอร์ MATLAB ซึ่งช่วยในการแก้สมการอนุพันธ์ทางคณิตศาสตร์ คำนวณและแสดงผลในรูปของกราฟต่าง ๆ ผู้จัดทำจึงพบว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB ช่วยทำให้การศึกษาสมการที่ยากต่อความเข้าใจและจำเป็นต้องใช้ความรู้ ความแม่นยำในการคำนวณอย่างสมการชเรอดิงเงอร์นั้น ทำให้ง่ายต่อการศึกษามากยิ่งขึ้น โดยไม่จำเป็นต้องเรียนรู้ภาษาเฉพาะทางมากเท่าโปรแกรมภาษาซีหรือโปรแกรม Java และเนื่องจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB เป็นโปรแกรมที่มีการพัฒนาอยู่เสมอ ถึงแม้จะมีโปรแกรมคอมพิวเตอร์ SCILAB ที่สะดวกต่อการใช้งานเช่นเดียวกันและไม่เสียค่าลิขสิทธิ์ แต่การพัฒนาของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLABซึ่งเสียค่าลิขสิทธิ์จะมีความก้าวหน้ามากกว่า ทำให้ภายในโปรแกรมมีฟังก์ชันที่สะดวกและง่ายต่อการใช้งานมาก

ดังนั้น ในการศึกษาวิชากลศาสตร์ควอนตัมของนักศึกษาปริญญาตรี วิชาเอกฟิสิกส์ ที่มีการศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับสมการชเรอดิงเงอร์ กรณีการเปลี่ยนแปลงของระบบควอนตัมไม่ขึ้นกับเวลา การวิจัยนี้จะทำการเขียนโค้ดจากสมการตั้งต้นเพียงสมการเดียว เพื่อให้มีการแสดงผลกราฟออกมาสองส่วนด้วยกัน นั่นคือกราฟของฟังก์ชันคลื่นและกราฟความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ ซึ่งเป็นส่วนสำคัญในการพิจารณาในการเรียนเรื่องนี้ ซึ่งในการศึกษาหากผู้เรียนเข้าใจระบบการคำนวณเชิงตัวเลขและนำเทคโนโลยีอย่างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB มาใช้คำนวณและแสดงผลในรูปของกราฟต่างๆ ก็จะช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและมองเห็นภาพพจน์ในเนื้อหาวิชาได้อย่างชัดเจนมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนการสอนในวิชากลศาสตร์ควอนตัมเบื้องต้น ตลอดจนเป็นการพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนให้แสดงออกมาอย่างเต็มที่

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาปัญหาและความสำคัญของวิจัย
2. ศึกษาทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อวิจัย
3. ศึกษาเนื้อหาสาระเกี่ยวกับอนุภาคที่เคลื่อนที่ในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์
   - ศึกษาสมการชเรอดิงเงอร์กรณีการเปลี่ยนแปลงของระบบควอนตัมไม่ขึ้นกับเวลา
4. ศึกษาการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB
   - ศึกษาคำสั่งพื้นฐานและหลักการเขียนของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB
   - ศึกษาคำสั่งพื้นฐานและหลักการเขียนของแอปพลิเคชัน SIMULINK ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB
5. ทำการเขียนสมการชเรอดิงเงอร์และใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และแอปพลิเคชัน SIMULINK โดยให้แสดงผลลัพธ์เชิงตัวเลขและกราฟที่มีลักษณะของรูปภาพ 2 มิติ
   - ขั้นตอนการเขียนสมการชเรอดิงเงอร์โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB
   - ขั้นตอนการเขียนสมการชเรอดิงเงอร์โดยใช้แอปพลิเคชัน SIMULINK
6. วิเคราะห์ผลที่ได้ และจัดทำเอกสารประกอบการเรียนการสอน

ผลการวิจัย

การศึกษาสมการชเรอดิงเงอร์

จากการศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ โดยใช้สมการชเรอดิงเงอร์ ผู้จัดทำโครงงานได้ใช้โปรแกรมคำนวณทางคอมพิวเตอร์ MATLAB ในส่วนของการเขียนโค้ด MATLAB Script และ SIMULINK ในการแสดงผลเป็นกราฟ เพื่อให้เห็นถึงฟังก์ชันคลื่นและความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในกรณีที่ n ต่าง ๆ โดยสมการชเรอดิงเงอร์ที่ (1) ได้ทำการแปลงรูปโดยวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขเป็นดังสมการที่ (2) (CSERD, n.d.)

$$\psi_{i+1} = \psi_i(2 - Z(dx^2)) - \psi_{i-1} \tag{2}$$

โดยที่ $Z = 2(E - P)$

เมื่อ E คือ พลังงานรวม

P คือ พลังงานศักย์ของบ่อศักย์

ψ คือ ฟังก์ชันคลื่น (Wave Function)

x คือ ตำแหน่งของอนุภาค

และฟังก์ชันคลื่นสำหรับการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ (นรา จิรภัทรพิมล, 2553, หน้า 38) เป็นดังสมการที่ (3)

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n \pi x}{L} \quad (3)$$

เมื่อ ψ คือ ฟังก์ชันคลื่น (Wave Function)

L คือ ความกว้างของบ่อศักย์

n คือ principal quantum number เป็นเลขจำนวนเต็ม เช่น 1, 2, 3, …

x คือ ตำแหน่งของอนุภาค

ลักษณะของโปรแกรมคำนวณของการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์

1. การเขียนด้วย MATLAB Script โดยใช้สมการที่ (2) ที่นำมาแสดงนี้ เป็นกรณีที่ n = 1 เท่านั้น ดังแสดงในภาพประกอบที่ 1 และ 2

```
clc
close all

B=100;
P=zeros(1,B);
P(1)=500;
P(B)=500;

W(1)=0;
W(2)=1;
dx=0.01;
n=1:6;

for f =1:1;
E =n(f)*n(f)*pi*pi/2;
V=ones(1,B+100).*500;
V(51:B+50)=P;
Z(1:B)=(2).*(E-P(1:B));
for i=2:B-1
W(i+1)=W(i)*(2-Z(i)*dx*dx)-W(i-1);
end
```

ภาพประกอบที่ 1 โค้ดฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคที่เคลื่อนที่ในบ่อศักย์ลึกอนันต์

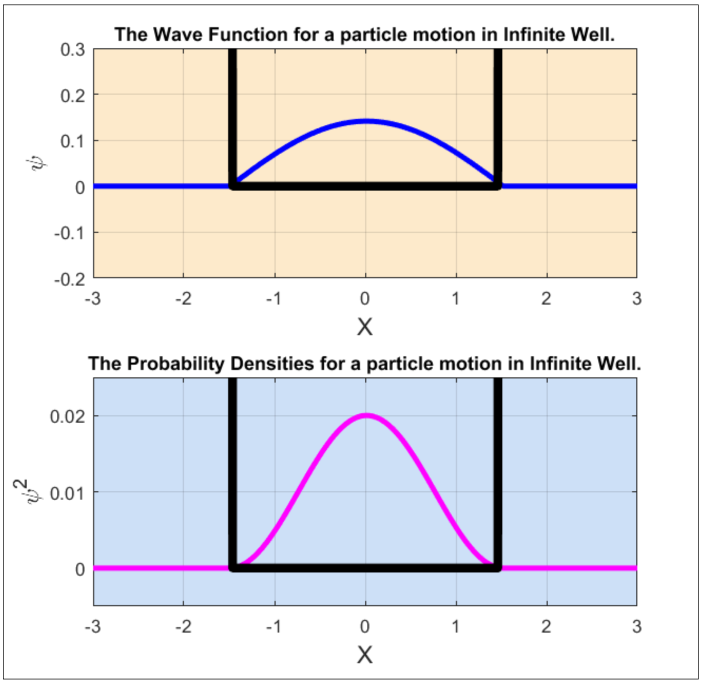
```
Ws=W./sqrt(trapz(W.*W));
Wt=Ws;
Wtempo=zeros(1,B+100);
Wtempo(51:B+50)=Wt;
Wat(f,:)=Wtempo;
Lt=length(Wtempo);
X=linspace(0,6,Lt)-3;
Vt=(V./10).*max(Wt);

figure(1) subplot(2,1,1) plot(X,Wat(f,:),'b','linewidth',3)
hold on plot(X,Vt,'k','linewidth',5)
grid on
h=gca;
axis([-3 3 -0.2 0.3]) xlabel('X','fontsize',14);
ylabel('\psi','fontsize',14);
title('The Wave Function for a particle motion in Infinite Well.')
```

ภาพประกอบที่ 2 โค้ดฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคที่เคลื่อนที่ในบ่อศักย์ลึกอนันต์ (ต่อ)

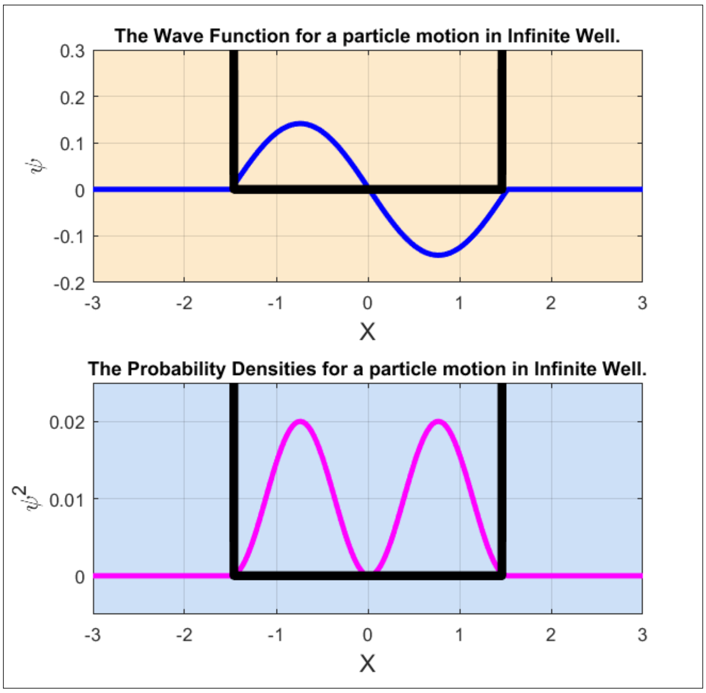
```
Ws=W.*W./trapz(W.*W);
Wtempo=zeros(1,B+100);
Wtempo(51:B+50)=Ws;
Wa(f,:)=Wtempo;
L=length(Wtempo);
X=linspace(0,6,L)-3;
Vs=(V./10).*max(Ws);

figure(1)
subplot(2,1,2) plot(X,Wa(f,:),'m','linewidth',3)
hold on plot(X,Vs,'k','linewidth',5)
grid on
h=gca;
axis([-3 3 -0.005 0.025])
xlabel('X','fontsize',14);
ylabel('\psi^2','fontsize',14);
title('The Probability Densities for a particle motion in Infinite Well.')
end
```

ภาพประกอบที่ 3 โค้ดความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคที่เคลื่อนที่ในบ่อศักย์ลึกอนันต์

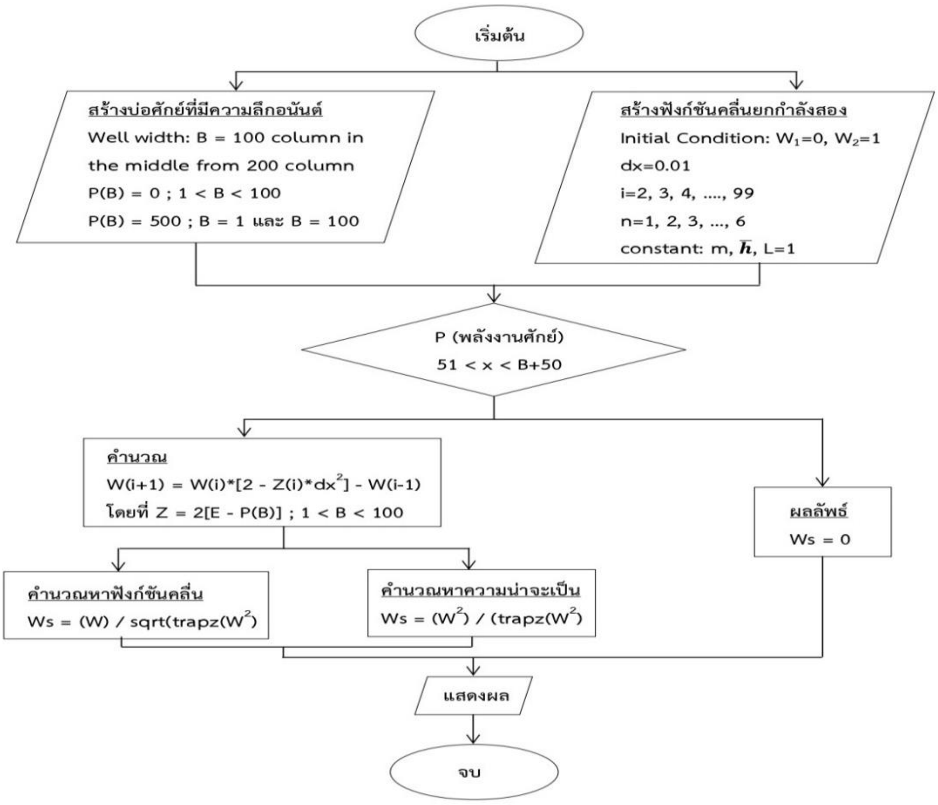
จากการเขียน MATLAB Script ข้างต้น เมื่อคลิก RUN Simulation จะได้หน้าต่างแสดงกราฟฟังก์ชันคลื่นและความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคภายในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ ดังแสดงในภาพประกอบที่ 3 เมื่อเปลี่ยน n เป็น 2 จะได้ผลดังแสดงในภาพประกอบที่ 4 ซึ่งกระบวนการทำงานภายในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB แสดงในภาพประกอบที่ 5



ภาพประกอบที่ 4 ฟังก์ชันคลื่นและความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ สร้างโดย MATLAB Script เมื่อกำหนดให้ n = 1

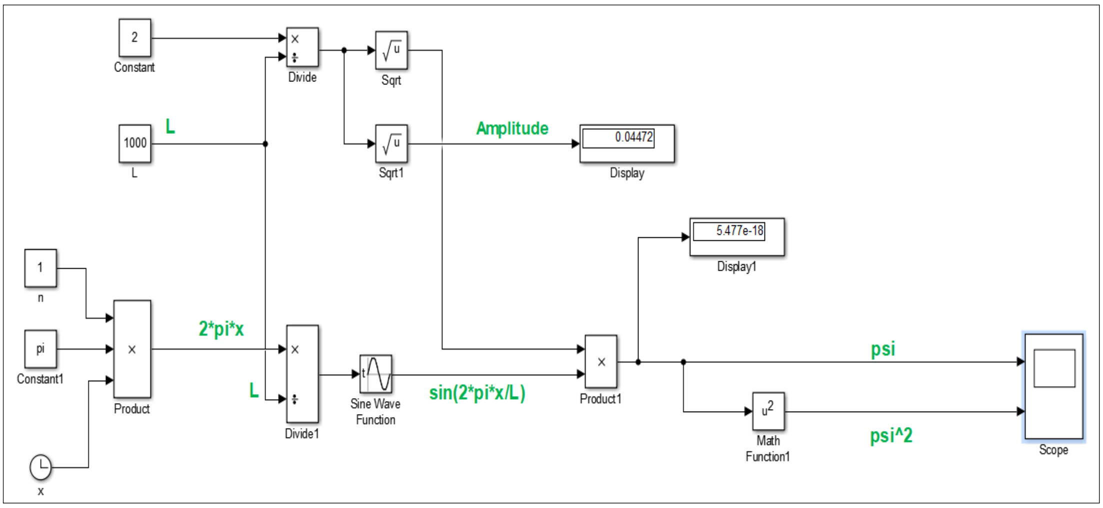


ภาพประกอบที่ 5 ฟังก์ชันคลื่นและความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ สร้างโดย MATLAB Script เมื่อกำหนดให้ n = 2



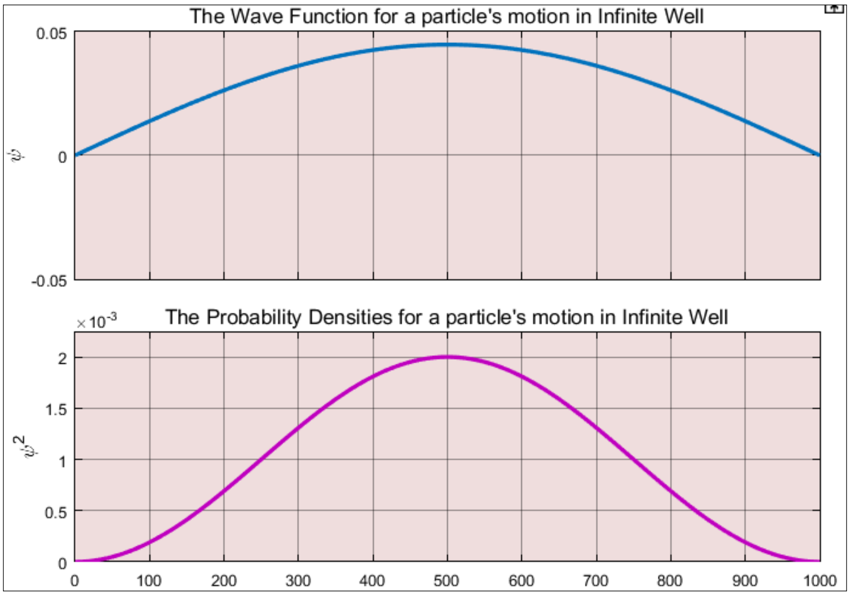
ภาพประกอบที่ 6 ผังการทำงานภายใน MATLAB Script

2. การเขียนด้วยแอปพลิเคชัน SIMULINK โดยใช้สมการที่ (3) เมื่อ n = 1 มีลักษณะการเขียนดังแสดงในภาพประกอบที่ 7

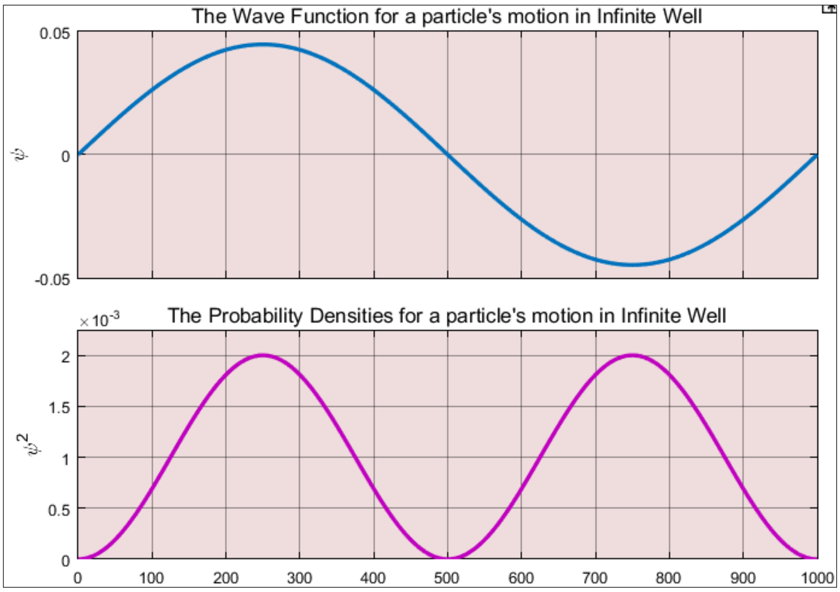


ภาพประกอบที่ 7 การเขียนโปรแกรมคำนวณในแอปพลิเคชัน SIMULINK ของการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์

จากสมการฟังก์ชันคลื่นสำหรับการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ สมการที่ (3) เมื่อสร้างกราฟจะได้ดังแสดงในภาพประกอบที่ 8 เมื่อเปลี่ยน n เป็น 2 จะสร้างกราฟได้ดังแสดงในภาพประกอบที่ 9



ภาพประกอบที่ 8 ฟังก์ชันคลื่นและความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ สร้างโดยแอปพลิเคชัน SIMULINK เมื่อกำหนดให้ n = 1



ภาพประกอบที่ 9 ฟังก์ชันคลื่นและความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ สร้างโดยแอปพลิเคชัน SIMULINK เมื่อกำหนดให้ n = 2

การนำผลที่ได้จากการใช้ MATLAB Script และแอปพลิเคชัน SIMULINK ไปประกอบเอกสารการเรียนการสอน

จากการศึกษาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และ SIMULINK application เพื่อใช้ในการสร้างกราฟ เรื่อง การศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และ SIMULINK ผู้วิจัยได้นำกราฟไปจัดทำใบงานประกอบการเรียนการสอน สำหรับใช้กับนักศึกษาปริญญาตรีสาขาวิชาฟิสิกส์ ในวิชากลศาสตร์ควอนตัมเบื้องต้น

สรุปและอภิปรายผล

อภิปรายผลการศึกษา

จากการศึกษา เรื่อง การเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และแอปพลิเคชัน SIMULINK เพื่อให้แสดงผลออกมาในรูป 2 มิติและใช้เป็นแนวทางในการสร้างใบความรู้และใบงานในรายวิชากลศาสตร์ควอนตัมเบื้องต้น ผลการศึกษาพบว่า การศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์โดยใช้ MATLAB Script ซึ่งมีการศึกษาโค้ดที่มีการเผยแพร่ผ่านเว็บไซต์ MathWorks (2017) ซึ่งเป็น Finite Quantum Well Width issue โดย Ege Tunç (n.d.) สมการที่ใช้จะเป็นสมการชเรอดิงเงอร์ สามารถกระทำได้โดยการเปลี่ยนแปลงรูปสมการชเรอดิงเงอร์ สมการที่(1) โดยใช้ความรู้เรื่อง การคำนวณเชิงตัวเลข ซึ่งทำให้การเขียนโค้ดมีความง่ายขึ้น และผลที่ได้ก็เป็นไปตามทฤษฎี โดยสามารถแสดงผลออกมาเป็นฟังก์ชันคลื่นและความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคกรณีที่ n= 1 ถึง 6 หรือหากต้องการให้แสดงผลที่ n มากกว่านี้ก็สามารถกระทำได้เช่นกัน นอกจากนี้ยังสามารถสร้างกราฟโดยใช้แอปพลิเคชัน SIMULINK ซึ่งได้ผลที่ดีและสอดคล้องกันกับการเขียนโค้ดภายใน MATLAB Script อีกด้วย

สรุปผลการศึกษา

1. สำหรับการนำวิธีการและเทคนิคการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และแอปพลิเคชัน SIMULINK มาแสดงฟังก์ชันคลื่นและความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์ พบว่าสมการที่นำมาใช้ในการเขียนโปรแกรมให้สอดคล้องกับวิธีการและเทคนิคการเขียนโปรแกรมจำเป็นจะต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับเรื่อง การคำนวณเชิงตัวเลข

2. สำหรับการนำวิธีการและเทคนิคการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และแอปพลิเคชัน SIMULINK ในการอธิบายการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์และแสดงผลในรูป 2 มิติ พบว่ากราฟฟังก์ชันคลื่นและความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในกรณีที่ n ต่าง ๆ โดยใช้ MATLAB Script และแอปพลิเคชัน SIMULINK ให้ผลที่เหมือนกันทุกประการ

3. ในการศึกษาวิธีการและเทคนิคการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB และแอปพลิเคชัน SIMULINK แสดงฟังก์ชันคลื่นและความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในบ่อศักย์ที่มีความลึกอนันต์นั้นจะสามารถเป็นแนวทางศึกษากลศาสตร์ควอนตัมในลักษณะอื่นๆ ต่อไปและสามารถนำไปเป็นสื่อการสอนในรายวิชากลศาสตร์เบื้องต้น สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี คณะศึกษาศาสตร์ได้อีกด้วย

ข้อเสนอแนะ

1. ควรทำการศึกษาเกี่ยวกับบ่อพลังงานศักย์รูปร่างอื่น ๆ เพิ่มเติม เนื่องจากอนุภาคภายในบ่อศักย์รูปร่างต่างกันก็จะมีความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคต่างกัน เช่น บ่อศักย์ลึกจำกัด บริเวณขอบบ่อจะมีส่วนที่เกิดการ Tunneling นั่นหมายความว่าอนุภาคมีโอกาสที่จะออกไปจากบ่อศักย์นี้ได้ นอกจากนี้ยังมีบ่อศักย์แบบสามเหลี่ยมสมมาตร บ่อศักย์แบบพาราโบลา เป็นต้น

2. สำหรับงานวิจัยในอนาคต สามารถนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์อื่นๆ เช่น โปรแกรม Labview เป็นต้น มาช่วยในการศึกษา เรื่อง การเคลื่อนที่ของอนุภาคในบ่อศักย์รูปแบบต่างๆ ได้อีกด้วย

เอกสารอ้างอิง

CSERD. (13 มีนาคม 2563). *Numerical Differentiation*. สืบค้นจาก https://www.shodor.org/refdesk/Resources/Algorithms/NumericalDifferentiation/?fbclid=IwAR2zIT2z7LVACxIv8E7NPwSqN7PCRARgrlYcSegIJ-vJF4Z8N2jiyEcN4qQ

Ege Tunç. (10 พฤศจิกายน 2562). *Finite Quantum Well Width issue*. สืบค้นจาก https://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/449777-finite-quantum-well-width-issue

Mathworks. (2017). MATLAB (R2017b). [โปรแกรมคอมพิวเตอร์]. มหาวิทยาลัยจัดหาลิขสิทธิ์ใช้งานให้สำหรับบุคลากรและนักศึกษา

ชนแดน ด้วยคุ้มเกล้า. (2559). *การหาผลเฉลยของ Numerov ในปรากฏการณ์ลอดอุโมงค์เชิงควอนตัมในการจำลองปฏิกิริยานิวเคลียร์ฟิวชันสำหรับเตาปฏิกรณ์บนโลก.* พะเยา: สาขาวิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา.

ถนัดกิจ ธารารักษ์. (2561). *การศึกษาการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกโดยใช้ SIMULINK ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB.* สงขลา: สาขาวิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ วิทยาเขตสงขลา.

ทีปานิส ชาชิโย. (2558). *กลศาสตร์ควอนตัม ระดับบัณฑิตศึกษา เล่ม 1* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: แดเน็กซ์อินเตอร์คอเปอเรชั่น จำกัด.

นรา จิรภัทรพิมล. (2553). *กลศาสตร์ควอนตัม.* กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปริญญา สงวนสัตย์. (2556). *คู่มือการใช้งาน MATLAB ฉบับสมบูรณ์.* นนทบุรี: บริษัท ไอซีดี พรีเมียร์ จำกัด.

เพชรอาภา บุญเสริม. (2556). *วิธีการทางคณิตศาสตร์สำหรับสมการชเรอดิงเงอร์และวิธีประมาณค่าแบบดับเบิลยูเคบี.* วารสารวิทยาศาสตร์, *41*(1), 101-111.

เยาวลักษณ์ วาหะรักษ์. (2550). *การศึกษาปัญหาทางกลศาสตร์โดยใช้โปรแกรมการคำนวณทางคอมพิวเตอร์.* สงขลา: สาขาวิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ วิทยาเขตสงขลา.

อัญชัน หมวกงาม , เดี่ยว อภัยราช. (2553). *แบบจำลองอนุภาคในบ่อศักย์แบบต่าง ๆ ในกลศาสตร์ควอนตัม.* ปทุมธานี: สาขาวิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี.